無限次元 TEICHMÜLLER 空間の境界について

須川敏幸　（京大大学院・理学研究科）

§1.　背景および主定理

コンパクトリーマン面（または解析的有限なリーマン面）R の Teichmüller 空間 $T(R)$ は基本群の生成元を指定した（marked）R と同じ型のリーマン面の等角同値類全体である。$T(R)$ には自然な複素構造が存在することが知られている。この定義をそのままの形で一般のリーマン面にまで拡張しようとすると、リーマン面の境界での情報が失われてしまうため一般には複素構造が入らなくなってしまう。（位相的には意味を持つので、このようなものは reduced Teichmüller space と呼ばれ、これはこれで有用である。例えば R が単位円板だと Riemann の写像定理からこれは 1 点になる。）そこで、境界での情報も込めた別の拡張が考えられ、擬等角写像論を用いるというアイデアとともにそれは成功をおさめ、一般の Teichmüller 空間 $T(R)$ はある複素バナッハ空間の有界領域として実現されることが分かった。これが Bers 埋め込みと呼ばれているものである。この定義では $T(R)$ が有限次元であるための必要十分条件は R が解析的有限なリーマン面（つまりコンパクト面から有限個の点を除いて得られる面）であることである。

この埋め込みを詳しく述べておこう。Teichmüller 空間 $T(R)$ は R から他のリーマン面 S への擬等角写像 f を Teichmüller 同値で割って得られる空間である。（以後、擬等角写像と言えば、断らない限り、全射であることを仮定する。）　ここに $f : R \to S$ と $f' : R \to S'$ が Teichmüller 同値であるとは、ある等角写像 $\varphi : S' \to S$ が存在して $f^{-1} \circ \varphi \circ f'$ が id_R に R の理想境界 ∂R に関して相対ホモトピックであることである。（ここで言う理想境界とは以下に述べるようにフックス群を用いて定義されるものである。）

リーマン面 R は双曲的、つまり上半平面 $\mathbb{H}$ からの解析的普遍被覆写像 $p : \mathbb{H} \to R$ が存在すると仮定してよい。p の被覆変換群 $\Gamma = \{\gamma \in Aut(\mathbb{H}) = PSL(2,\mathbb{R}); p \circ \gamma = p\}$ とする。（Γ は R のフックス群模型と呼ばれる。）　Γ の極限集合を $\Lambda(\Gamma)$ とすると、Γ は $\widehat{\mathbb{R}} \setminus \Lambda(\Gamma)$（ここで $\widehat{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ とする）に不連続に作用するが、この作用による商 $(\widehat{\mathbb{R}} \setminus \Lambda(\Gamma))/\Gamma$ を R の理想境界と呼び、しばしば ∂R と書く。$f : R \to S$ を擬等角写像とするとき、$q : \mathbb{H} \to S$ を解析的普遍被覆写像とすれば、f は擬等角写像 $\tilde{f} : \mathbb{H} \to \mathbb{H}$ に持ち上がる。$\tilde{f}$ は上半平面の境界まで自然に連続拡張出来ることが知られているので（このことから、また、任意の R の擬等角写像はその理想境界まで連続に拡張出来る、という事実が従うことに注意しておく。これは Teichmüller 同値の定義で必要な事実である）、ここでは q を適当に選んで便宜上 $\tilde{f}$ が $0, 1, \infty$ を固定するものとしておく。$\tilde{f}$ のベルトラミ係数 $\mu_f = \tilde{f}_{\bar{z}}/\tilde{f}_z$ として、次の $\mathbb{C}$ 上のベルトラミ方程式を解く。

$$w_{\bar{z}} = \begin{cases} \mu_f w_z & \text{on } \mathbb{H} \\ 0 & \text{on } \mathbb{H}^* = \mathbb{C} \setminus \overline{\mathbb{H}} \end{cases}$$

正規化条件 $w(0)=0, w(1)=1, w(\infty)=\infty$ を満たすこの方程式の解 w で $\widehat{\mathbb{C}}$ の自己同相写像になるものが一意に存在することが知られている。これを $\hat{f}$ と書くことにすれば、作り方から $\hat{f}$ は下半平面 $\mathbb{H}^*$ 上で等角である。ここに次の条件が互いに同値であることが知られている。

(1) $f: R \to S$ と $g: R \to T$ は Teichmüller 同値.
(2) $\tilde{f} = \tilde{g}$ on $\widehat{\mathbb{R}}$.
(3) $\hat{f} = \hat{g}$ on $\widehat{\mathbb{R}}$.
(4) $\hat{f}(\mathbb{H}) = \hat{g}(\mathbb{H})$.
(5) $S_{\hat{f}} = S_{\hat{g}}$ on $\mathbb{H}^*$.

ここに S_f は f の Schwarz 微分 $(f''/f')' - (f''/f')^2$ である。

Nehari-Kraus の定理により、$S_{\hat{f}}$ が $\mathbb{H}^*$ 上の正則函数 φ で $\varphi \circ \gamma \cdot (\gamma')^2 = \varphi \quad (\forall \gamma \in \Gamma)$ を満たし、有界な双曲ノルム $\|\varphi\|_{\mathbb{H}^*} = \sup_{z \in \mathbb{H}^*} (-\mathrm{Im} z)^2 |\varphi(z)| < \infty$ を持つもの全体からなる複素バナッハ空間 $B_2(\mathbb{H}^*, \Gamma)$ の元であることが分かる。従って、写像 $f \mapsto S_{\hat{f}|_{\mathbb{H}^*}}$ を考えるとこれが実は $T(R)$ から $B_2(\mathbb{H}^*, \Gamma)$ への単射な連続写像となっており、しかもその像が有界領域であることが分かる。従って、以下では Teichmüller 空間はこのようにして埋め込まれたものとして考えることにする。また、しばしば $T(R)$ の代わりに $T(\Gamma)$ とも書く。（単位円板＝上半平面の Teichmüller 空間を普遍 Teichmüller 空間と呼び、これを $T(1)$ と書くが、実は $T(\Gamma) = T(1) \cap B_2(\mathbb{H}^*, \Gamma)$ であることがラムダレンマの群の作用付きバージョンまたは Douady-Earle 拡張から分かる。従って、$T(\Gamma)$ はまた Bers slice と呼ばれることもある。）

この埋め込みについては特に $T(R)$ が有限次元の場合には Teichmüller 空間のコンパクト化や有限次元クライン群の変形空間を考える上でも重要で、多くの研究がされてきているが、まだよく分かっているとは言えない。例えば、$T(R)$ が 1 次元の場合ですら、埋め込まれた領域の境界がどの程度の“ 滑らかさ ”を持つかは分かっていない。（McMullen によって 1 次元の場合にジョルダン領域であることは示されたそうだが、まだ論文の形では出ていないようである。） ただ、数値実験などによるとかなり irregular なようで、1 次元の場合は境界が $\frac{1}{2}$-Hölder ではないか？という予想もある。形を見てみると、1 次元複素力学系で現れるある種のジュリア集合とよく似ているという話もある。

もっとも、Sullivan の辞書と呼ばれる Teichmüller 空間論と 1 次元複素力学系との類似で考えれば、この Teichmüller 空間の Bers 埋め込みは、複素力学系での Mandelbrot 集合に対応すると思われ、境界が irregular なことはある程度予想されることではある。

さて、普遍 Teichmüller 空間 $T(1)$ は次のように書き表すことも出来る。つまり、

$$\begin{aligned} T(1) &= \{\varphi \mid \exists f : \mathbb{H}^* \to \widehat{\mathbb{C}} : \text{ 正則函数 s.t. } S_f = \varphi \text{ で } \widehat{\mathbb{C}} \text{ の擬等角写像に拡張出来る } \} \\ &= \{\varphi = S_f \mid f \text{ は単葉函数かつ } f(\mathbb{H}^*) \text{ は擬円板 (quasi-disk) } \} \end{aligned}$$

である。これより、普遍 Teichmüller 空間は擬円板（の Möbius 共役類）全体をパラメトライズする空間であると見なせる。従って、次のような（非自明な）単連結領域全体、およびジョルダン領域全体に対応する空間というものが自然に考えられる。

$$\begin{aligned} S(1) &= \{\varphi = S_f \mid f \text{ は単葉函数 } \} \\ J(1) &= \{\varphi = S_f \mid f \text{ は単葉函数かつ } f(\mathbb{H}^*) \text{ はジョルダン領域 } \} \end{aligned}$$

さらに、Bers slice と同様にしてフックス群 Γ に対して $S(\Gamma) = S(1) \cap B_2(\mathbb{H}^*, \Gamma)$, $J(\Gamma) = J(1) \cap B_2(\mathbb{H}^*, \Gamma)$ と定義する。　容易に分かるように $S(\Gamma)$ は有界閉集合であり、$S(\Gamma) \supset J(\Gamma) \supset T(\Gamma)$ が成り立つ。

$R = \mathbb{H}/\Gamma$ が解析的有限なリーマン面、より一般に Γ が cofinite、つまり第 1 種有限生成フックス群の場合に $S(\Gamma) = \overline{T(\Gamma)}$ が成り立つという主張は、全ての b-group が Teichmüller 空間の境界に現れるであろう、という有名な Bers 予想と同値であるが、これについては数多くの研究がなされているにもかかわらず、今もって未解決な問題である。

しかし、少なくとも $\Gamma = 1$ の場合には $S(1) \neq \overline{T(1)}$ であることが既に Gehring [G2] により示されている。さらに、Flinn [F] は $S(1) \neq \overline{J(1)}$ かつ $J(1) \setminus \overline{T(1)} \neq \emptyset$ であることを考察している。一般のジョルダン領域が擬円板により Bers 位相で近似出来ないというのは驚くべきことであるが（つまり、この収束は一様収束位相よりもうんと強い）、これはこの位相が面の境界に対しても非常に強い制約を与えていることの反映であるとも考えられる。実際、Thurston [Th] は $S(1)$ が孤立点を持っているという驚異的な事実を証明した。

これらの類似がどの程度一般のフックス群 Γ についても成り立つか？というのが問題になるが、これについては筆者が [Sug1] において任意の第 2 種フックス群（すなわち、$\Lambda(\Gamma) \neq \widehat{\mathbb{R}}$ であるフックス群）に対しても同様に $S(\Gamma) \setminus \overline{J(\Gamma)} \neq \emptyset$ かつ $J(\Gamma) \setminus \overline{T(\Gamma)} \neq \emptyset$ であることを示した。　第 1 種の場合にはどうか？ということが次に問題になるが、これについてもある種の無限生成第 1 種フックス群について同様の結果が成り立つような例が松崎氏 [M] により構成された。

では、一般のフックス群については $S(\Gamma)$ と $T(\Gamma)$ とはあまり関係がないのか？と言えば必ずしもそうではない。Gehring [G1] により少なくとも $\mathrm{Int}S(1) = T(1)$ であることが示されている。（ここで、記号 Int は、バナッハ空間 B_2 における内部 (interior) を表す。）

さらには、Žuravlev [Z] により任意のフックス群 Γ について $T(\Gamma)$ が $\mathrm{Int}S(\Gamma)$ の 0 を含む連結成分に一致することが証明されている。

従って、今度は $\mathrm{Int}S(\Gamma)$ が Mandelbrot 集合のようにいくつも“ 子供 ”を持っているようなことがあるか？ということが問題になる。これについては、志賀氏 [S] により cofinite なフックス群についてはやはり $\mathrm{Int}S(\Gamma) = T(\Gamma)$ が成り立つことが示されている。これは上記の Bers 予想をサポートする結果であり非常に興味深い。

一般に任意のフックス群についても $\mathrm{Int}S(\Gamma) = T(\Gamma)$ であると予想される。しばらくはこの問題については進展がなかったようであるが、このたび筆者により特殊な場合については無限次元 Teichmüller 空間でもこの予想が正しいことが示された。以下では、この証明の概略を紹介させて頂く予定である。

主定理 ([Sug4]).
有限生成第 2 種フックス群 Γ が純双曲的であるとき、すなわち $R = \mathbb{H}/\Gamma$ が種数 g のコンパクトリーマン面から互いに交わらない m 個の位相的閉円板を取り除いた面であるとき（また、このような面を $(g, 0, m)$-型であると言う）、$\mathrm{Int}S(\Gamma) = T(\Gamma)$ が成立する。

この定理の系としてある積分作用素に関する興味深い結果が得られる。まず、その積分作用素を定義する。平面内の 3 点以上からなる閉集合 E に Möb $= PSL(2, \mathbb{C})$ の部分群 G が作用しているとし、$L^\infty(E, G) = \{\nu \in L^\infty(E) | \nu \circ g \cdot \overline{g'}/g' = \nu\}$ とおく。この時、有界線型作用素 $P : L^\infty(E, G) \to B_2(\widehat{\mathbb{C}} \setminus E, G)$ を次のように定義する。

$$P[\nu](z) = -\frac{6}{\pi} \iint_E \frac{\nu(\zeta)}{(\zeta - z)^4} d\xi d\eta \qquad (\zeta = \xi + i\eta)$$

ここに、$B_2(\widehat{\mathbb{C}}\setminus E, G)$ は $B_2(\mathbb{H}^*, \Gamma)$ と同様にして定義される複素バナッハ空間で、ノルムは $\|\varphi\|_D = \sup(\lambda(z))^{-2}\ |\varphi(z)|$ によって定義される。ただし、$\lambda(z)|dz|$ は $D = \widehat{\mathbb{C}}\setminus E$ のポアンカレ計量とする。

系

双曲的単連結平面領域 D に（有限生成）Schottky 群 G が作用しているとし、その補集合を E とする。この時、次の 3 条件は互いに同値である。

(1) $P: L^\infty(E, G) \to B_2(D, G)$ **は全射**.

(2) $P: L^\infty(E, 1) \to B_2(D, 1)$ **は全射**.

(3) D **は擬円板**.

実は P というのは Bers 射影と呼ばれる正則写像の原点での微分写像になっている。従って、(2) $\Leftrightarrow$ (3) は Ahlfors, Gehring の結果を用いれば容易に分かる。(3) $\Rightarrow$ (1) も同様に容易に分かるが、今回の結果から、(1) のような、より弱い条件から (2) または (3) のような強い条件が従うことが分かるというのが興味深いところである。

系の証明については詳しくは [Sug4] を見て頂きたい。

上述のように、Int$S(\Gamma)$ を考える限りにおいては、Mandelbrot 集合のようにたくさん“ 子供 ”を持っているようには思えないのだが、実はもっと広く次のような集合

$$
\begin{aligned}
K(\Gamma) = \{&\varphi = S_f \mid \exists \text{ a homomorphism } \chi : \Gamma \to \text{Möb} \\
&\text{s.t. } f\circ\gamma = \chi(\gamma)\circ f \quad \forall\gamma\in\Gamma \text{ かつ } \chi(\Gamma) \text{ はクライン群 } \}
\end{aligned}
$$

を考えると、実は Γ が cofinite の時 Int$K(\Gamma)$ の 0 を含む連結成分がやはり $T(\Gamma)$ と一致していることが分かり、しかもこの時は $T(\Gamma)$ 以外にもたくさん“ 子供 ”、つまり連結成分を持っていることが志賀、Maskit らにより指摘されていた。この集合については、志賀氏、谷川氏により最近詳しく研究され、構造が明らかにされつつある。

フックス群 Γ が第 2 種の場合には、$T(\Gamma)$ の点列が $T(\Gamma)$ の境界に近づいて行っても、面の境界が潰れるだけで、群そのものは潰れていかない可能性もあるので、必ずしも Int$K(\Gamma)$ の 0-component が $T(\Gamma)$ と一致しないものと思われる。

以上述べたように、Bers による位相を考えると面の変形空間としては境界に非常に強い束縛条件がつくため、その境界では様々な奇妙な現象が現れることが分かる。一方、最近谷口氏 [Ta] は双曲ノルムの代わりに Bloch ノルムを考えることにより、広義一様収束の位相よりも強いが、Bers 位相よりは格段に弱い位相を $T(1)$ に与え、境界での様子を考察している。この位相についても、今後の研究が待たれるところである。

§2. 主定理の証明の概略

この証明の基本的なアイデアは Gehring [G1] の方法に基づいている。$\varphi = S_f \in$ Int$S(\Gamma)$ としたときに、$D = f(\mathbb{H}^*)$ とおけばもちろん D は双曲的単連結領域になっているわけだが、本質的にはこれが擬円板であることが証明できればよい。そこで、まずもともとの Gehring のアイデアについて振り返っておこう。

有界な双曲的単連結領域 D が擬円板であることを言うにはある定数 $A \geq 1$ が存在して、次の 2 つの性質が言えれば良いことが知られている。（例えば、[G1], [P] を見よ。）

(L) 任意の円板 Δ に対し、どんな 2 点 $z_1, z_2 \in D\cap\Delta$ も $D\cap\Delta_A$ 内の曲線で結べる。

(J) 任意の円板 Δ に対し、どんな 2 点 $z_1, z_2 \in D\setminus\Delta_A$ も $D\setminus\Delta$ 内の曲線で結べる。

ただし、ここに $\Delta = \{|z-a| < r\}$ であるとき、Δ_A は $\Delta_A = \{|z-a| < Ar\}$ によって定義されるものとする。

(L) を満たす有界領域は linearly connected な領域、(J) を満たす有界領域は John 領域と呼ばれている。領域 D を地球 $\widehat{\mathbb{C}}$ 上に浮かぶ" 大陸 "に見立てると、大雑把に言えば、条件 (L) はこの大陸がそれほど深く入り組んだ湾を持たないことを意味し、また条件 (J) はこの大陸が細くくびれた半島を持たないことを意味する。

Gehring のアイデアは、もし大陸が深い湾を持っていたとしたら、湾の入り口を少しのエネルギーで閉めてしまうことができ、また細くくびれた半島を持っていたらそのくびれた部分を引っ張り延ばしてやはり少しのエネルギーで海の向こうにある対岸にひっつけることができるが（従ってともに単葉でない函数が得られる）、それを具体的に対数函数などを用いて構成したことにある。" 少しのエネルギーで "というのは、この場合十分小さいノルムの Schwarz 微分を持つような函数 h で、という意味である。

一般の場合には、$G = f\Gamma f^{-1} < \text{Möb}$ とするとき、D の境界を $\partial_1 D = \Lambda(G)$ と $\partial_2 D = \partial D \setminus \Lambda(G)$ とに分解し、まずは $\partial_2 D$ の各連結成分が線分の擬等角像になっている、ということを証明する。このとき、上記と同じ方法によりこのことを示すのであるが、変形を与える函数 h としては G-同変であるものを構成する必要がある。そのためには、局所的に上記のような変形を与える函数を構成し、それを G でばらまいて貼り合わせる。もちろん、このような写像 h はもはや解析的とはならないが、擬解析的写像（つまり擬等角写像の定義で単射性を局所単射性に緩めたようなもの）にはできる。さらに、注意深く構成することにより、h^{-1} のベルトラミ微分 μ が逆写像の分枝の取り方によらないように、h を構成することができて、従って h の代わりに $h' = w^{\mu} \circ h$（ここに w^{μ} は μ を $h(D)$ 以外では 0 に拡張してベルトラミ方程式を解いて得られた擬等角な解）を考えると、h' はその構成法から解析的になっている。（実は、この" 注意深く "というのが非常に微妙で、最も苦労した部分のうちの 1 つである。）

あとは、このように構成した h' の" エネルギー "が少ない、ということを示さなければいけない。つまり、$\|S_{h'}\|_D$ が十分小さいことを示す必要があるのだが、h' の Schwarz 微分の値を具体的に求めるのは、その構成の仕方から不可能に近い。（擬等角写像については、もはやその Schwarz 微分を定義することは不可能であろう。） しかしながら、そのノルムについては次のような方法で評価することができ、この方法を用いることを思いついたのが今回の結果を導く際の突破口となった。

補題 (cf. [AG], [Sug3])

$D \subset \mathbb{C}$ を双曲的単連結領域とする。$A \geq 1, 0 \leq k < 1$ を定数とし、$f : D \to \widehat{\mathbb{C}}$ を局所単葉有理型函数とする。

$\Delta_A \subset D$ を満たす任意の円板 Δ に対し、$f|_\Delta$ が $\widehat{\mathbb{C}}$ 上の k-擬等角写像に拡張されるならば、実は $\|S_f\|_D \leq 96kA^2$ である。

逆に、$\|S_f\|_D \leq 2kA^2$ であれば、任意の $\Delta_A \subset D$ を満たす円板 Δ に対し $f|_\Delta$ は $\widehat{\mathbb{C}}$ 上の k-擬等角写像に拡張できる。

ただし、ここで f が k-擬等角であるとは、f のベルトラミ微分 μ が $\|\mu\|_\infty \leq k$ を満たすことである。

実は、ここまでは任意の第 2 種フックス群 Γ に対して成り立つ話であった。しかし、$\Lambda(G)$ まで含めて ∂D が円周の擬等角像になっているかどうかは、またさらに考察を要し、何とかクリアできたのが今回のように Γ が Schottky 群になっている場合、すなわち有限

生成純双曲的の場合のみなのである。

筆者の方法では何が本質的に必要なのか述べるために、上で述べてきたことを少し言い換えておこう。$\varGamma$ を任意の第 2 種フックス群とし、$G = f\varGamma f^{-1}$ は上述の通りとする。すると R の鏡像 $R^* := \mathbb{H}^*/\varGamma \cong D/G =: S^*$ は自然に（連結とは限らない）リーマン面 $\widetilde{S} = (\widehat{\mathbb{C}} \setminus \varLambda(G))/G$ の中に埋め込まれるが、この中での相対境界が（詳しくは述べられないが、ある条件の下で）互いに交わらない擬解析曲線（つまり、円周の近傍で定義された擬等角写像による像）であることが分かる。

しかし、ここで $\varGamma$ が有限生成純双曲的な、つまり R が $(g, 0, m)$-型リーマン面（$m \geq 1$）の場合に限定すると、このような状況は非常に簡単な場合しか起こっていないことが見えてくる。実際、まず Maskit の Schottky 群の特徴付け定理により G もまた $\varGamma$ と同じ型の Schottky 群であることが分かり、従って $\widetilde{S}$ もまた R のダブル $\widetilde{R} = (\widehat{\mathbb{C}} \setminus \varLambda(\varGamma))/\varGamma)$ と同じタイプのリーマン面であることが分かる。また、R^* の相対境界も m 個の互いに交わらない擬解析曲線からなることも分かる。このことから特に、等角写像 $f : \mathbb{H}^* \to D$ を下に落として得られる等角写像 $F : R^* \to S^* = D/G$ は境界にまで同相に拡張できることが分かる。（Carathéodry の定理）

さらに、ホモロジー群の計算により埋め込み $S^* \to \widetilde{S}$ もまた、R のダブルと同じであることが分かる。すなわち、等角写像 $F : R^* \to S^*$ は同相写像 $\widetilde{F} : \widetilde{R} \to \widetilde{S}$ に拡張できることが分かる。（実際には、境界が擬解析的なので、擬等角写像に選ぶことができる。）

これを再び $\tilde{f} : \widehat{\mathbb{C}} \setminus \varLambda(\varGamma) \to \widehat{\mathbb{C}} \setminus \varLambda(G)$ に持ち上げることができれば、極限集合 $\varLambda$ はともに全不連結（totally disconnected）であり一方は直線上に乗っているので擬等角的に除去可能である。従って、$D = f(\mathbb{H}^*)$ は擬円板であることが証明される。

ここで、実際に $\widetilde{F}$ が持ち上がるかどうかであるが、うまく F の拡張 $\widetilde{F}$ を取ってやれば、持ち上げることができるのである。これについては、具体的に被覆の様子を注意深く観察する必要があり、残念ながらこの紙面では述べきることはできないので、興味のある読者は [Sug4] の 6 節を見て頂きたい。

この部分は、それ自身興味深い位相的結果であるので、命題として最後に述べておくことにしよう。

命題 ([Sug4])

G を階数 N の Schottky 群とし、$p : \varOmega(G) \to R := \varOmega(G)/G$ を自然な射影とする。（ここに $\varOmega(G) = \widehat{\mathbb{C}} \setminus \varLambda(G)$.）また、$R_0$ を R の部分領域で $D = p^{-1}(R_0)$ が単連結領域となるようなものとし、さらに ∂R_0 は有限個の互いに交わらない単純閉曲線からなっていると仮定する。

$f : \mathbb{H} \to D$ をリーマン写像として、$\varGamma$ をフックス群 $f^{-1}Gf$ とし、同型写像 $\chi : \varGamma \to G$ を関係式 $\chi(\gamma) \circ f = f \circ \gamma \quad \forall \gamma \in \varGamma$ により定める。

このとき、f は $\chi(\gamma) \circ \tilde{f} = \tilde{f} \circ \gamma \quad \forall \gamma \in \varGamma$ を満たす $\widehat{\mathbb{C}}$ の同相写像 $\tilde{f}$ に拡張することができる。従って、特に $D = \tilde{f}(\mathbb{H})$ はジョルダン領域である。

References

[AG] K.[redacted]Astala and F. W. Gehring, *Crickets, zippers, and the Bers universal Teichmüller space*, Proc. Amer. Math. Soc. **110** (1990), 675–687.

[F]. [redacted]B.Flinn, *Jordan domains and the universal Teichmüller space*, Trans. Amer. Math. Soc. **282** (1984), 603–610.

[G1] F.[redacted]W. Gehring, *Univalent functions and the Schwarzian derivative*, Comment. Math. Helvetici **52** (1977), 561–572.

[G2] F.[redacted]W. Gehring, *Spirals and the universal Teichmüller space*, Acta Math. **141** (1978), 99–113.

[M]. K[redacted] Matsuzaki, *Simply connected invariant domains of Kleinian groups not in the closures of Teichmüller spaces*, Complex Variables **22** (1993), 93–100.

[P]. C[redacted]h. Pommerenke, *Boundary Behaviour of Conformal Maps*, Springer-Verlag, 1992.

[S]. [redacted]. Shiga, *Characterization of quasi-disks and Teichmüller spaces*, Tôhoku Math. J. **37** (1985), 541–552.

[Sug1]. T. S[redacted]gawa, *On the Bers conjecture for Fuchsian groups of the second kind*, J. Math. Kyoto Univ. **32** (1992), 45–52.

[Sug2]. T. S[redacted]gawa, *The Bers projection and the λ-lemma*, J. Math. Kyoto Univ. **32** (1992), 701–713.

[Sug3]. T. S[redacted]gawa, *A class of norms on the spaces of Schwarzian derivatives and its applications*, Proc. Japan Acad. **69, Ser. A** (1993), 211–216.

[Sug4]. *On [redacted]e space of schlicht projective structures on compact Riemann surfaces with boundary*, J. Math. Kyoto Univ. (to appear).

[Ta]. T[redacted]niguchi, M., *Bloch topology of the universal Teichmüller space* (to appear).

[Th]. T[redacted]urston, W. P., *Zippers and univalent functions*, in “The Bieberbach Conjecture”, AMS, 1986, 185–197.

[Z]. [redacted]V. Žuravlev, *Univalent functions and Teichmüller spaces*, Soviet Math. Dokl. **21** (1980), 252–255.