

計算課題

[1] 函数  $f(x) = (\cos x)^{10}$  を  $x$  について不定積分し, それを  $\sin x$  に関しては高々1次であるような  $\sin x, \cos x$  の多項式により表せ.

[2] 次の二つの函数の原点のまわりの Taylor 展開を  $x^{20}$  の項まで比較せよ:

$$f(x) = \frac{\sin(\sinh(x))}{\arcsin(\operatorname{arcsinh}(x))}, \quad g(x) = \frac{\sinh(\sin(x))}{\operatorname{arcsinh}(\arcsin(x))}.$$

[3] 函数  $f(x)$  に対して

$$S_f(x) = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2} \left( \frac{f''(x)}{f'(x)} \right)^2$$

によって定義される函数  $S_f$  を  $f$  のシュワルツ微分と呼ぶ. これに対して次の公式が成り立つことを Mathematica を用いて確認せよ.

$$S_{f \circ g}(x) = S_f(g(x)) \cdot (g'(x))^2 + S_g(x)$$

また,  $f(x) = x/(1-x)^2$  のシュワルツ微分を計算せよ.